

模拟自由表面问题的移动粒子半隐式模拟方法

荣少山, 陈斌

(西安交通大学动力工程多相流国家重点实验室, 710049, 西安)

摘要: 使用移动粒子半隐式(MPS)法对典型的自由表面流动问题——二维溃坝问题进行了模拟, 研究了不同粒子分布对模拟结果的影响, 发现对于过大和过小的粒子间距均无法得到合理的结果. 将模拟结果与 SPH、VOF 法结果和实验结果进行了比较, 发现 MPS 的模拟结果介于 VOF 和 SPH 的模拟结果之间. 在没有引入黏性的情况下, MPS 法得到的结果比 VOF 法的结果更接近于实验结果, 预期引入黏性后可达到与 SPH 法同样合理的结果.

关键词: 粒子法; 移动粒子半隐式法; 自由表面流动; 二维溃坝

中图分类号: O351.2 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2010)11-0109-04

Simulating Free Surface Problem with Moving Particle Semi-Implicit Method

RONG Shaoshan, CHEN Bin

(State Key Laboratory of Multiphase Flow in Power Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: The moving particle semi-implicit method (MPS) was used to simulate the typical free surface problem, 2D dam break problem, and the effect of initial particle configuration on the simulated results was analyzed. It is found that the reasonable results can not be achieved for too large or too small particle distance. The comparison of the results by MPS, SPH or VOF with the experimental data shows that the result by MPS is between those by VOF and by SPH. Without the consideration of viscosity, the result by MPS is closer to the experiment than that by VOF. However, the result by MPS with the consideration of viscosity may be similar to that by SPH.

Keywords: particle method; moving particle semi-implicit; free surface flow; dam break problem

自然界和工业过程中广泛存在着气液/液液两相流动或自由表面问题, 如沸腾过程产生的变形气泡、微血管中的红细胞、气泡/液滴的破碎/合并、冲击船舶和大坝的水波等. 这类问题的共同特征是流动中存在较大的两相界面变形, 如何捕获两相变形界面并获得精细而锐利的高分辨率一直是多相流数值模拟领域的一个难点, 对此的研究和分析也日益受到强烈的关注. 基于欧拉网格的界面捕获算法近年来得到较大发展, 但较难准确计算大的界面变形问题, 原因是在欧拉法中难于准确计算对流项. 另外, 对于复杂的几何空间, 网格的划分也费时费力^[1]. 无网格方法不计算对流项, 无需划分网格, 具

有很大的优越性.

粒子法是拉格朗日类的无网格法, 广义的粒子法可以分为^[1]: ①基于 Navier-Stokes 方程的离散元法 (DEM)、Particle Systems 法等; ②求解涡量方程的涡方法; ③分子动力学、直接模拟蒙特卡洛、格子气体自动机、格子波尔兹曼方法等控制方程不是 N-S 方程的数学物理方法.

粒子法与差分法同时代产生, 1965 年美国 Los Alamos 国家实验室提出的 PAF 方法^[2]由于不能得到很好的结果, 没有受到关注. 同时, Amsden 等和 Harlow 等分别提出了 PIC 方法^[3]和可用粒子跟踪自由表面变化的 MAC 方法^[4]. 1977 年, Lucy

提出了用于计算可压缩流体的 SPH 法^[5],可自动处理密度变化,在宇宙物理学及高速流动问题中得到广泛应用,受到人们的重视.1996年,日本学者 Koshizuka 提出了一种全新的粒子法——移动粒子半隐式(MPS)法用于不可压缩流体流动^[6-7].MPS法无需网格,避免了离散对流项带来的误差,边界条件相对简单且程序较易实现^[8],受到了人们的重视,在自由表面流动(溃坝、杂波、液体晃荡)、紊流、多相流(液滴破碎和变形、气泡上升、核沸腾)、流固耦合、红细胞运动等问题上得到了广泛应用.

本文对 MPS 法进行研究,讨论它的原理和模拟不可压缩自由表面流动的算法,并以典型的自由表面流动——二维溃坝问题为例进行了模拟,证明了算法的有效性,并为将来进一步开展变形界面问题的模拟奠定了基础.

1 MPS 法的基本原理

MPS 法的基本思想是分别用不同的离散粒子表示区域内的流体和计算边界,通过引入核函数建立粒子间相互作用模型以求解 N-S 方程,在拉格朗日框架下对粒子进行追踪得到其随时间变化的位置和速度信息,对于不可压缩流体,显式计算黏性项,隐式求解扩散项,因此称为半隐式方法.

1.1 粒子间相互作用模型

设求解区域中某粒子 i 的物理参数值为 ϕ_i ,则 $\langle \phi \rangle_i$ 可用其邻近粒子的物理量 ϕ_j 的加权平均来表示^[6]

$$\langle \phi \rangle_i = \sum_{j \neq i} \phi_j \cdot \omega(|r_j - r_i|) \quad (1)$$

式中: ω 为核函数.文献[9]中讨论了不同核函数的影响,本文采用如下核函数

$$\omega = \begin{cases} r_e/r - 1 & 0 < r < r_e \\ 0 & r > r_e \end{cases} \quad (2)$$

式中: $r = r_j - r_i$; r_e 是核函数的作用半径. r_e 越大,计算精度越高,但计算量越大; r_e 越小,计算精度降低,相应的计算量也减小.

当 $\phi_j = 1$ 时, r_i 处的 $\langle \phi \rangle_i$ 称为粒子数密度

$$\langle n \rangle_i = \sum_{j \neq i} \omega(|r_j - r_i|) \quad (3)$$

假设所有粒子有同样的质量 m ,可以得出流体密度和粒子数密度成正比.在 MPS 法中保持粒子数密度不变,即可模拟不可压缩流动.初始设置的粒子数密度记为 n^0 .

粒子 j 对粒子 i 的梯度可以表示为

$$(\phi_j - \phi_i)(r_j - r_i)_i / |r_j - r_i|^2 \quad (4)$$

把 r_e 内的所有粒子 j 对粒子 i 的梯度叠加,可得粒子 i 处的梯度为

$$\langle \nabla \phi \rangle_i = \frac{d}{n^0} \sum_{j \neq i} \left[\frac{\phi_j - \phi_i}{|r_j - r_i|^2} (|r_j - r_i|) \cdot \omega \right] \quad (5)$$

式中: d 是空间维数.

拉普拉斯算子可以表示为

$$\langle \nabla^2 \phi \rangle_i = \frac{2d}{n^0 \lambda} \sum_{j \neq i} (\phi_j - \phi_i) \omega(|r_j - r_i|) \quad (6)$$

式中: $\lambda = \int_V \omega(r) r^2 dv / \int_V \omega(r) dv$, v 是核函数作用域.引入 λ 的目的是为了使采用粒子作用模型计算拉普拉斯算子所得到的结果与扩散方程的解析解相一致.

1.2 不可压缩流体的算法

MPS 法采用半隐式时间推算算法,当获得 k 时刻的粒子速度 u_i^k 和位置 r_i^k 后,首先显式计算体积力 F_V 和表面力 F_S 导致的中间速度

$$\left. \begin{aligned} u_i^* &= u_i^k + \Delta t(F_V + F_S) \\ r_i^* &= r_i^k + \Delta t u_i^* \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

由于压力和速度是耦合在一起的,需要隐式计算压力修正速度.首先通过压力 Poisson 方程求出压力修正值,并通过压力修正得到速度修正值

$$\left. \begin{aligned} \langle \nabla^2 p^{n+1} \rangle_i &= -\frac{\rho}{\Delta t^2} \frac{\langle n^* \rangle_i - n^0}{n^0} \\ u_i' &= -\frac{\Delta t}{\rho} \langle \nabla p^{n+1} \rangle_i \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

对中间速度进行修正,即可得到下一时间步的速度和位移

$$\left. \begin{aligned} u_i^{k+1} &= u_i^* + u_i' \\ r_i^{k+1} &= r_i^* + \Delta t u_i' \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

1.3 边界条件

自由表面外部没有粒子,也就是说处于自由表面的粒子其粒子数密度应该小于 n^0 .因此,判断是否为自由表面的条件可表示为

$$\langle n \rangle_i^* < \beta n^0 \quad (10)$$

显然, β 必须小于 1,通常取 $\beta = 0.97$ ^[6].

MPS 法中通过设置固定粒子的方式表示固体壁面.一般来说,固体壁面用 3 层粒子表示,为避免流体粒子穿越固体壁面,靠近流体的最内层粒子参与压力计算.为了不将该层粒子判定为自由表面,设置外两层粒子,其速度为 0 且不参与压力计算.

2 二维溃坝问题的模拟与讨论

本文利用 MPS 法对典型的自由表面问题——二维溃坝问题进行了模拟,其物理原型如图 1 所示.宽度为 $4l$ 的水箱内左侧初始时刻用挡板固定了高度为 $2l$ 、宽度为 l 的水体,初始时刻速度为 0,压力随高度线性分布.研究 $t=0$ 时抽去挡板后水体在水箱内的运动.流体物性参数取为:密度 $\rho=1.0\times 10^3\text{ kg/m}^3$,重力加速度 $g=9.8\text{ m/s}^2$,运动黏度 $\nu=10^{-6}\text{ m}^2/\text{s}$.粒子作用半径 r_c 的选取会影响计算时间和稳定性,根据文献[7]的推荐,取梯度模型的 r_c 为 $2.1l_0$,拉普拉斯模型的 r_c 为 $4.0l_0$.

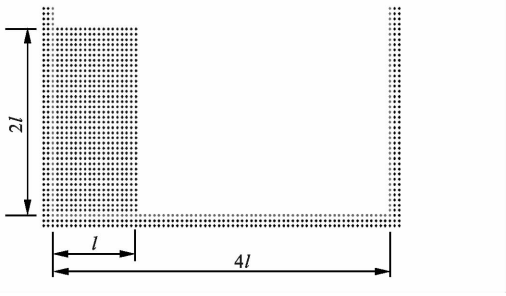


图 1 二维溃坝问题

2.1 二维溃坝相关参数的讨论

显式计算会导致计算不稳定,必须对时间步长加以限定.一般认为

$$\Delta t = l_0 C_{\max} / u_{\max} \tag{11}$$

式中: $C_{\max}$ 为最大 courant 数,一般取 0.2; $u_{\max}$ 为流场中最大速度; l_0 为粒子间初始距离.在表 1 所示的 3 种情况下,对二维溃坝问题进行了模拟,并将模拟结果与实验测量的自由表面进行了比较,结果示于图 2.从图中可以看出,在粒子间初始距离为 0.004 时,模拟结果与实验结果吻合较好.

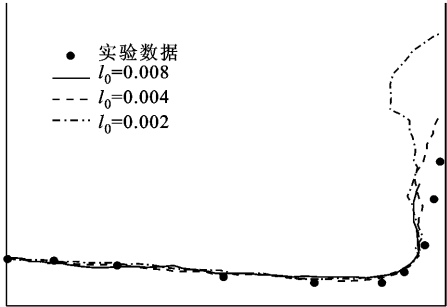
表 1 粒子数和最大时间步长的设定

l_0	粒子数	最大时间步长/s
0.008	1 362	5×10^{-4}
0.004	4 011	2.5×10^{-4}
0.002	12 973	1.25×10^{-4}

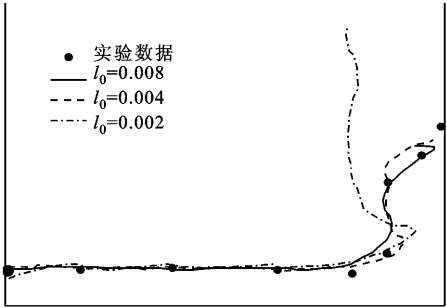
2.2 模拟结果验证

为了验证 MPS 法的有效性,采用与 Roubtsova 的 SPH^[10]法同样的初始条件,模拟了二维溃坝问题并与实验结果^[6]进行了比较.图 3 展示了 MPS 法得到的数值结果和实验以及 SPH 法结果的对比,可见

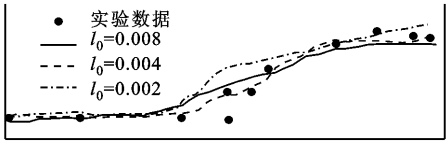
MPS 和 SPH 法均可以模拟得到不同时刻的流体形状.



(a) $t=0.4\text{ s}$

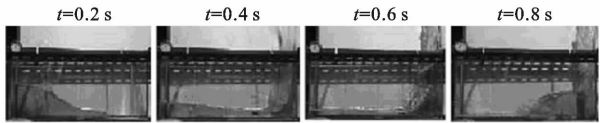


(b) $t=0.6\text{ s}$

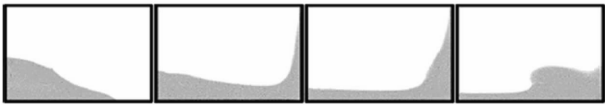


(c) $t=0.8\text{ s}$

图 2 不同 l_0 时得到的自由表面与实验数据^[8]的比较



(a) 实验结果^[6]



(b) SPH 法计算结果^[10]



(c) MPS 法计算结果

图 3 本文 MPS 法计算结果与实验和 SPH 法结果的比较

图4示出了MPS、SPH^[10]和VOF法^[11]得到的水体前沿至水箱左侧固壁的距离 z 随时间的变化与Martin和Moyce关于二维溃坝实验^[12]的对比,选择长度尺度 $L=l$ 进行归一化.可以看出,MPS法的模拟结果介于VOF和SPH法之间.在没有引入黏性的情况下,MPS法得到的结果比VOF法更接近于实验结果,预期引入黏性后可达到与SPH法同样精确的结果.MPS法程序编制简单,是一个优秀的方法.

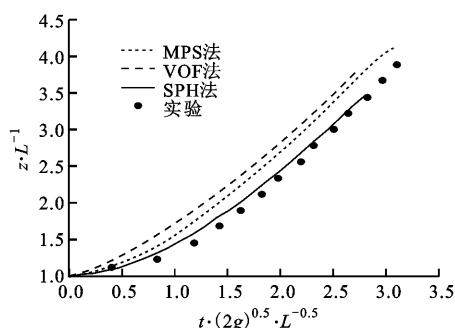


图4 水体前端的变化图

3 结 论

粒子法由于无需划分网格且不涉及对流项的计算,可以用不同粒子模拟不同性质的流体,对自由表面问题及大变形界面问题的模拟有其独特的优点.本文利用MPS法对二维溃坝问题进行了模拟,通过与SPH法、VOF法和实验结果的比较可以看出,MPS法可以很好地模拟出自由表面问题,且方法简单,易于实现.

总的来说,MPS法可对二维溃坝算例进行成功模拟,方法简单易行,未来引入表面张力并改善计算不稳定等问题后,即可用于模拟其他大变形等问题.

参考文献:

- [1] KOSHIZUKA S. Particle methods [M]. Tokyo, Japan: Maruzen Publishing Company, 2005.
- [2] DALY B J, HARLOW F H, WELCH J E, et al. Numerical fluid dynamics using the particle and force methods[EB/OL]. [2010-03-05]. <http://www.fas.org/sgp/othergov/doe/lanl/dtic/ADA382908.html>.
- [3] AMSDEN A A. The particle-in-cell method for the calculation of the dynamics of compressible fluids [EB/OL]. [2010-03-05]. http://www.osti.gov/energy/citations/product.biblio.jsp?osti_id=4514724.
- [4] HARLOW F H, WELCH J E. Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid

with free surface [J]. Phys Fluids, 1965,8(12):2182-2189.

- [5] LUCY L B. A numerical approach to the testing of the fission hypothesis [J]. Astron, 1977, 82(12):1013-1024.
- [6] KOSHIZUKA S, TAMAKO H, OKA Y. A particle method for incompressible viscous flow with fluid fragmentation [J]. J Comp Fluid Dynamics, 1995, 29(4):29-46.
- [7] KOSHIZUKA S, OKA Y. Moving-particle semi-implicit method for fragmentation of incompressible fluid [J]. Nuclear Science and Engineering, 1996,123(3):421-434.
- [8] 席光, 项利峰. 自由表面流动的移动粒子半隐式模拟方法[J]. 西安交通大学学报, 2006,40(3):249-252.
XI Guang, XIANG Lifeng. Numerical simulation of fluid free surface flow using moving particle semi-implicit method[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2006,40(3):249-252.
- [9] ATAIE-ASHTIANI B, FARHADI L. A stable moving-particle semi-implicit method for free surface flow [J]. Fluid Dynamics Research, 2006,38(4):241-256.
- [10] ROUBTSOVA V, KAHAWITA R. The SPH technique applied to free surface flows[J]. Computers & Fluids, 2006,35(10):1359-1371.
- [11] HIRT C W, NICHOLLS B D. Volume of fluid (VOF) method for dynamics of free boundaries[J]. Journal of Computational Physics, 1981,39(1):201-221.
- [12] MARTIN J C, MOYCE W J. An experimental study of the collapse of fluid columns on a rigid horizontal plane[J]. Philosophical Transactions of the Royal Society of London: Series A, 1952,244(882):312-324.

[本刊相关文献链接]

液滴斜向撞击液面的移动粒子半隐式法数值模拟. 西安交通大学学报, 2010,44(9):93-98.
气泡堆积法生成曲线多边形区域非结构化网格及其应用. 西安交通大学学报, 2009,43(11):109-113.
气泡堆积法生成局部加密非结构化网格. 西安交通大学学报, 2009,43(9):19-22.
用 Level Set 方法对水下两个气泡运动的数值模拟. 西安交通大学学报, 2009,43(7):11-15.
基于气泡堆积的非结构化网格生成技术. 西安交通大学学报, 2009,43(1):29-33.
带内嵌固体的不可压缩气液两相界面流数值模拟方法. 西安交通大学学报, 2008,42(9):1151-1155.

(编辑 荆树蓉)